Tema 2 Programación estruturada en Fortran
Exercicios propostos

1. **Programas básicos**

   a) Escribir un programa que lea a latitude β e lonxitude λ eclípticas dun obxecto astronómico en ascenso directo α e declinación δ usando as fórmulas:

$$\alpha = \arctan \frac{\operatorname{sen}\lambda \cos\epsilon - \tan\beta \operatorname{sen}\epsilon}{\cos\lambda} \tag{1}$$
$$\delta = \operatorname{arc\,sen}(\operatorname{sen}\beta \cos\epsilon + \cos\beta \operatorname{sen}\epsilon \operatorname{sen}\lambda) \tag{2}$$

   onde ϵ= 0.4091 e tódalas magnitudes están en radiáns.

   b) Escribe programas en Fortran que calculen os valores das seguintes funcións nos intervalos que se indican:

$$f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{x}, [-10, 10] \tag{3}$$
$$f(x) = \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}, [-1, 1] \tag{4}$$
$$f(x) = \frac{x}{1 + x^2}, [-100, 100] \tag{5}$$
$$f(x) = x^2 e^{-x}, [0, 10] \tag{6}$$

2. **Límites, derivadas, integrais e series**

   a) Escribe programas en Fortran que calculen os seguintes límites:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x - \operatorname{sen} x}{\cos 2x} \tag{7}$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{x \arctan(x/2)}{\cos x (\operatorname{sen} 2x)^2} \tag{8}$$
$$\lim_{x\to\infty} x \log \frac{x+1}{x-1} \tag{9}$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{\log x}{x - \sqrt{x}} \tag{10}$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{\operatorname{arg\,sen}(x-1)} \tag{11}$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{x^{1/3} - 1}{x - 1} \tag{12}$$

   b) Calcula as derivadas das seguintes funcións:

$$f(x) = \log \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}, \quad 0 < x < 1 \tag{13}$$
$$f(x) = \arctan \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}, 0 < x < \pi \tag{14}$$
$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}, \quad x > 0 \tag{15}$$

c) Calcula as seguintes integrais definidas:

$$\int_{-1}^{1} \frac{\operatorname{arc}\cos x}{1+x^2} dx \tag{16}$$

$$\int_{0}^{\pi/2} \frac{1+\operatorname{sen} x}{1+\cos x} dx \tag{17}$$

$$\int_{-\infty}^{0} e^{-x^2} dx \tag{18}$$

$$\int_{1}^{2} \frac{x+1}{2x\sqrt{x}}$$

d) Dada unha curva de ecuacións paramétricas $x = x(t), y = y(t)$ (t é o parámetro), a lonxitude do arco de curva que vai dende o punto $(x(a), y(a))$ ao punto $(x(b), y(b))$ está dado pola seguinte fórmula:

$$L = \int_a^b \sqrt{\frac{dx(t)}{dt}^2 + \frac{dy(t)}{dt}^2}\, dt$$

Se a curva ten ecuación explícita $y = f(x)$, a lonxitude entre os puntos $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$ é:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \frac{df(x)}{dx}^2}\, dt$$

Se a curva ten ecuación en coordenadas polares $\rho = \rho(\theta)$, a lonxitude do arco entre os ángulos θ_1 e θ_2 é:

$$L = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sqrt{\rho(\theta)^2 + \frac{d\rho(\theta)}{d\theta}^2}\, d\theta$$

Escribir programas en Fortran que calculen as seguintes lonxitudes de arcos:

1)

$$x = x(t) = \cos t + t \operatorname{sen} t \tag{19}$$

$$y = y(t) = \operatorname{sen} t - t \cos t \tag{20}$$

$$t \in [0, \pi]$$

2)

$$x = x(t) = (t^2 - 2) \operatorname{sen} t + 2t \cos t \tag{21}$$

$$y = y(t) = (2 - t^2) \cos t + 2t \operatorname{sen} t \tag{22}$$

$$t \in [0, \pi]$$

3)

$$y = f(x) = 2 \cosh\left(\frac{x}{2}\right); \qquad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

4)

$$\rho = \rho(\theta) = \frac{1}{2}(\theta^2 - 1)$$

5)

$$\rho = \rho(\theta) = 1(1 + \cos\theta)$$

e) Dada unha curva en coordenadas polares $\rho = \rho(\theta)$, a área pechada pola curva entre os ángulos θ_1 e θ_2 ven dada pola ecuación:

$$A = \frac{1}{2}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \rho(\theta)^2 d\theta$$

Escribir programas en Fortran que calculen o área do recinto limitado polos arcos de curva seguintes no rango de θ indicados:

$$\rho = \theta, \theta \in [0, 2\pi] \tag{23}$$
$$\rho = e^{\theta}, \theta \in [0, \pi] \tag{24}$$
$$\rho = 2(1 + \cos\theta), \theta \in [0, 2\pi] \tag{25}$$
$$\rho = 3\cos 2\theta, \theta \in [0, 2\pi] \tag{26}$$

f) As series numéricas son sumas infinitas definidas da seguinte forma:

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n = \lim_{k\to\infty} \sum_{n=1}^{k} x_n \tag{27}$$
$$\tag{28}$$

Escribe programas en Fortran que calculen as seguintes series numéricas.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arctan\frac{1}{n^2 - n + 1} = \frac{\pi}{4} \tag{29}$$
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{1}{2} \tag{30}$$
$$\sum_{n=0}^{\infty} 3^n \operatorname{sen}^3 \frac{1}{3^{n+1}} = \frac{1 - \operatorname{sen} 1}{4}$$

Fdez-Viñas, Exercicios e Complementos de Análisis Matemático, Vol. 1, exercs. 1262, 1255, 1256, 1264, 1275 (pax. 540-546)

3. **Exercicios diversos**

a) Escribir un programa en Fortran que resuelva un sistema de n ecuacións lineais con n incógnitas empregando o Método de Eliminación Gaussiana. Dado o sistema seguinte:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \tag{31}$$
$$\ldots \tag{32}$$
$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \tag{33}$$

O método de eliminación transforma este sistema no seguinte:

$$x_1 + a'_{12}x_2 + \ldots + a'_{1n}x_n = b'_1 \tag{34}$$
$$0 + x_2 + \ldots + a'_{1n}x_n = b'_1 \tag{35}$$
$$\ldots \tag{36}$$
$$0 + 0 + \ldots + x_n = b'_n \tag{37}$$

Onde se pode despexar directamente x_n, sustituir na $(n-1)$-ésima ecuación e despexar x_{n-1} e así sucesivamente ata calcula-las n incógnitas. As únicas transformacións permitidas son:

- Dividir tódolos elementos dunha fila polo mesmo número.
- Sumar a tódolos elementos dunha fila o produto dun escalar polo elemento correspondente doutra fila

b) Codificar un programa en Fortran que calcule cal das filas dunha matriz A ten menor valor medio. Tamén deberá informar ó usuario de cal é o valor máximo da dita fila. A matriz de datos A está gardada nun arquivo, que o programa deberá ler. Usar subprogramas.

c) Escribe un programa que realice unha operación de "suavizado" dos elementos dunha matriz cadrada **b**. A dita operación consiste en obter unha nova matriz **a** da mesma dimensión ca orixinal. Cada elemento a_{ij} da matriz transformada obtense como a media aritmética dos 9 elementos contidos nunha submatriz 3x3 centrada na compoñente correspondente b_{ij} da matriz orixinal. Para aquelas compoñentes da matriz orixinal b con menos de 8 elementos mais próximos (bordes) considerarase que son ceros na matriz "suavizada" **a**.

d) Escribe un programa que resuelva un sistema de 3 ecuacións lineais con 3 incógnitas empregando o Método de Cramer. Dado o sistema seguinte:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \tag{38}$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \tag{39}$$
$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \tag{40}$$

As solucións (x_1, x_2, x_3) están dadas por:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & x_{12} & x_{13} \\ b_2 & x_{22} & x_{23} \\ b_3 & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}, \quad x_1 = \frac{\begin{vmatrix} x_{11} & b_1 & x_{13} \\ x_{21} & b_2 & x_{23} \\ x_{31} & b_3 & x_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}, x_1 = \frac{\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & b_1 \\ x_{21} & x_{22} & b_2 \\ x_{31} & x_{32} & b_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}} \tag{41}$$

Sempre supoñendo que:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0 \tag{42}$$

Os coeficientes $\{a_{ij}\}$ e os termos independentes $\{b_i\}$ deberán lerse dun ficheiro (`sistema.dat`). Deberá empregarse un subprograma para calcular o determinante dunha matriz 3x3, e outra para ler os datos do ficheiro. Probar co seguinte sistema:

$$3x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 17 \tag{43}$$
$$2x_1 - x_2 + 7x_3 = -9 \tag{44}$$
$$x_1 + x_2 - 2x_3 = 13 \tag{45}$$

Coas solucións $x_1 = 3, x_2 = 8, x_3 = -1$.

e) Escribir un programa para realizar operacións con filas e columnas nunha matriz de números enteiros. Debe haber un menú coas seguintes operacións (a realizar en subprogramas):

1) Ler unha matriz 3x4 almacenada nun arquivo (`matriz.dat`).
2) Intercambiar de orde das filas.
3) Sumar unha das filas a todas as demais da matriz.
4) Intercambiar de orde das columnas da matriz actual.
5) Garda-la matriz no seu estado actual nun arquivo distinto do orixinal.
6) Sair do programa.

f) Escribir, usando subprogramas, un programa que pida ó usuario un número enteiro N e mostre na pantalla a seguinte información (Probar o programa cos números 15, 1024, 14, 4e-12.):

- Suma das cifras de N.
- Números primos menores que N.
- Suma dos enteiros da serie $1, 2, \ldots, N$.
- Divisores de N.

g) Escribe un programa que codifique o **algoritmo da vida**. Mediante unha matriz cadrada representarase unha poboación aleatoria inicial de individuos. Un "1" nunha compoñente da matriz representará a existencia dun individuo nesa posición, mentres ca un "_" representará a non existencia de individuos nesa posición. O número de veciños dun individuo é o que determina o seu destino na seguinte xeración. As regras que gobernan a evolución das sucesivas xeracións dunha poboación inicial son as seguintes:

- Un individuo con mais de 3 veciños nas posicións máis próximas morre por superpoboación.
- Un individuo con menos de 2 veciños máis próximos morre por aillamento.
- Aparece un individuo en calquer posición baleira que ten exactamente 3 veciños próximos.

Estas regras aplícanse sobre a poboación inicial para determina-la seguinte xeración, e así sucesivamente, determinando a evolución das seguintes xeracións. O programa deberá presentar no monitor a poboación inicial e as sucesivas xeracións obtidas aplicando as regras anteriores. Para visualiza-la seguinte xeración será necesario que o usuario pulse unha tecla. Usar subprogramas

h) Escribe un programa para realiza-lo escrutinio dos acertos en apostas da lotería primitiva (sen considerar o número complementario nin apostas múltiples). O programa debe presentar as seguintes utilidades:

- Introducción das apostas a escrutar, que poden ser mais de unha, comprobando que as apostas conteñan números válidos (no intervalo [1, 49]).
- Introducción dende o teclado da combinación gañadora (débese comprobar que as apostas conteñen números no intervalo [1, 49]).
- Presentación da estatística do número de acertos para cada columna de apostas, e un resumo das apostas con premios (3 ou mais acertos).

i) Escribe un programa para realiza-lo reparto de escanos nas eleccións seguindo a Ley d'Hont. Para face-lo reparto segundo esta lei, utilízanse os seguintes criterios:

- Os partidos que obteñan menos dun 10 % do total dos votos válidos quedan excluidos do reparto.
- Para cada partido, calclase un vector de "cocientes" que resultan de dividir o total de votos obtidos polos números enteiros $k = 1, \ldots, N$
- O escano k-ésimo atribúese ó partido que ten o "cociente" mais grande. Unha vez atribuido ese escano, o "cociente" correspondente xa non se volve ter en conta no proceso. O proceso finaliza no momento en que se repartiron os N escanos.

O programa deberá ler un arquivo solicitado ó usuario cos dados do escrutinio das eleccións, e presentar en pantalla o reparto de escanos aplicando os criterios citados anteriormente.