Exame de Informática, 1^o Matemáticas, Febreiro, 2009

NOTA: Debes acadar alomenos 1 punto en cada apartado para supera-la asignatura.

Apartado de Maple:

1. (**0.5 PUNTOS**) Define os polinomios $p(x) = x^5 + 1$ e $q(x) = x^2 + x - 1$, calcula o produto $p \cdot q$ cos monomios ordenados por grados decrecentes e avalíao no punto $x = -1$.

   SOLUCIÓN: $p := x^5 + 1; q := x^2 + x - 1; expand(p * q); eval(\%, x = 1)$

2. (**0.5 PUNTOS**) Define un vector fila $\mathbf{v}$ 7-dimensional dado por $v_k = \dfrac{x^k - 2k}{ky + z}, k = 1, \ldots, 7$.

   SOLUCIÓN: $f := (k) \to \dfrac{x^k - 2 * k}{k * y + z}; Vector[row](7, f)$

3. (**0.5 PUNTOS**) Simplifica a expresión $\dfrac{e^x + x}{e^{2x} + 2xe^x + x^2}$

   SOLUCIÓN: $simplify\left(\dfrac{exp(x) + x}{exp(2x) + 2 * x * exp(x) + exp(x)}\right)$

4. (**0.5 PUNTOS**) Descompón en factores parciais o cociente $\dfrac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$

   SOLUCIÓN: $convert\left(\dfrac{x^3 - 1}{x^3 + 1}, `parfrac', x\right)$

5. (**0.5 PUNTOS**) Representa gráficamente a función $f(x, y) = 1{,}8^{\sqrt{x^2+y^2} senxcosx}$ no recinto $x, y \in [-3, 3]$.

   SOLUCIÓN: $with(plots); plot3d(1{,}8^{\sqrt{x^2+y^2} sin(x)*cos(x)}, x = -3.,3, y = -3.,3)$

6. (**0.5 PUNTOS**) Calcula a serie numérica infinita $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + 3}{(n + 1)(n + 2)(n + 3)}$

   SOLUCIÓN: $sum\left(\dfrac{2 * n + 3}{(n + 1) * (n + 2) * (n + 3)}, n = 1..infinity\right)$. O resultado é 3/4.

Apartado de Fortran:

1. Escribir un programa principal en Fortran que faga o seguinte:

   - (**2 PUNTOS**) Declarar unha matriz estática `a` cadrada de orde 5 con valores enteiros. Chamar a un subprograma `le_matriz(...)` (debes decidi-lo seu tipo e argumentos) que abra o arquivo `matriz.dat` co seguinte contido:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	8
7	6	5	4	3
2	1	2	3	4
5	6	7	8	9

     e lea a matriz `a` dende o arquivo, retornándoa ao programa principal.

   - (**2 PUNTOS**) No programa principal, modifica-la matriz lida `a` sustituindo os elementos a_{ij} impares por $\sum_{k=i+1}^{5} a_{ik}$. Cada elemento a_{ij} par debe sustituirse polo elemento a_{ji}. **NOTA**: Usa-la función intrínseca `mod(x, y)` de Fortran, que retorna o resto da división enteira `x/y`. Finalmente, o programa principal debe imprimi-la matriz modificada, cada fila nunha liña, por pantalla.

SOLUCIÓN:

```
program exameA
integer, dimension(5, 5) :: a

call le_matriz(a, 5)
do i = 1, 5
  do j = 1, 5
    if(mod(a(i, j), 2) == 1) then
      a(i, j) = 0
      do k = i + 1, 5
        a(i, j) = a(i, j) + a(i, k)
      end do
    else
      t = a(i, j)
      a(i, j) = a(j, i)
      a(j, i) = t
    end if
  end do
end do

print *, "a="
do i = 1, 5
  print *, (a(i, j), j = 1, 5)
end do
stop
end program exameA

!!!!!!!!!!!!!!!!
subroutine le_matriz(a, n)
integer, dimension(n, n), intent(out) :: a
integer, intent(in) :: n
open(1, file = "matriz.dat", status = "old", err = 1)
do i = 1, n
  read (1, *) (a(i, j), j = 1, n)
end do
close(1)
return
1 print *, "le_matriz: erro en open"
stop
end subroutine le_matriz
```

Apartado de Matlab:

1. (**2 PUNTOS**) Escribe un programa en Matlab que faga o seguinte:
   - Lea por teclado un número enteiro n e comprobe se está no rango $[2, 5]$. Se non está, debe voltar a pedilo, até que o número lido n se atope nese rango.
   - Cree unha matriz máxica `a` de orde 10, e mostre por pantalla a matriz resultante de elevar os elementos de `a` a n.
   - Poña a -1 os elementos a_{ij} de `a` situados en filas impares que verifican $a_{ij} < 70$ e mostre a matriz resultante.

   SOLUCIÓN:

```
clear all
n = 7;
while n > 5 || n < 2
    n = input('introduce n: ');
end
a = magic(10);
```

```
disp(a.^n);
for i = 1:10
    if rem(i, 2) == 1
        for j = 1:10
            if a(i, j) < 70
                a(i, j) = -1;
            end
        end
    else
        for j = 1:10
            if a(i, j) > 70
                a(i, j) = 1;
            end
        end
    end
end
disp(a)
```

2. (**0.5 PUNTOS**) Calcula a integral definida $\int_0^{\pi} log(5 + cosx)dx$ numéricamente.

   SOLUCIÓN: `quad('log(25 + cos(x))', 0, pi); syms x; int(log(5 + cos(x)), x, 0, pi)`

3. (**0.5 PUNTOS**) Representa gráficamente a función $f(x, y) = 2e^{-x^2-y^2} + \frac{1}{1 + e^{-x^2-y^2+20}}$ no recinto $x, y \in [-10, 10]$

   SOLUCIÓN: `[x y] = meshgrid(-10:0.1:10); z = 2*exp(-x. ∧ 2 - y. ∧ 2) + 1./(1 + exp(-x. ∧ 2 - y. ∧ 2 + 20)); mesh(x, y, z)`